金属の光学的性質(SOR分光学とStorage Ringの研究会,基研研究会報告)

山口, 重雄

金属の光学的性質

山口　重　雄　（都立大・理）

固体内プラズマ振動を純光学的に観測する実験はすべて試料を薄膜にとり，それにP偏光の光を斜入射で投下したときの吸収あるいは散乱をみる方法をとっている。これは平行平板状試料に対して垂直方向の分極はプラズマ振動と同等であり，その損失は損失関数 $I_m \, 1/\varepsilon$ に比例するという原理に基くものである。この種の問題は高速電子線が薄膜試料を通過するときの発光現象として Ferrell によりはじめて取扱われた。しかしながら Ferrell がはじめに議論した物理的内容と，上述の純光学的なプラズマ効果の物理的内容とが全く同等であるとする事は幾分疑義があり，検討を要するように考えられる。以下，この問題および金属表面における光の反射の機構について議論する。

プラズマ振動は分極の方向とそれが伝播する方向とが一致する，いわゆる縦波分極波である。この分極の場は $\vec{E} = -\,\mathrm{grad}\,\varphi$ のようにスカラーポテンシャルであらわされる。これと $\mathrm{div}\,\vec{D} = 0$ とを組合せると無限に広がる媒質に対してはプラズマ振動の起りうる条件は $\varepsilon = 0$ となり，これからプラズマ振動数が決定される。薄膜の場合プラズマ方程式 $\triangle\varphi = 0$ を満足し $\varphi \equiv 0$ でない解が存在するので $\varepsilon = 0$ である必要はなく，その代り，次の分散式を満足すればよい。

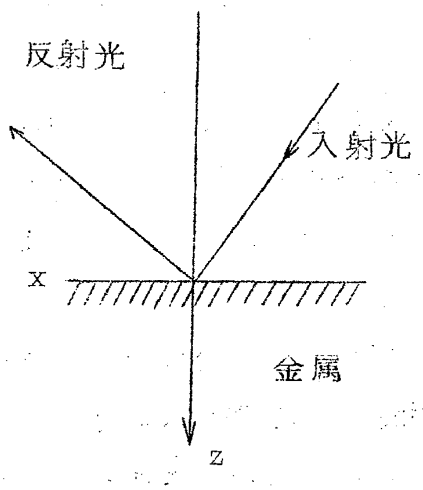
$$\varepsilon = 1 \pm e^{Kd} / 1 \pm e^{Kd} \tag{1}$$

ここにdは膜厚，Kは $\varphi \sim e^{ikx - i\omega t}$ の形を仮定した表面に沿う波数ベクトルである。上の符号に対応する分極姿態では膜に垂直な分極が主要な成分であって，$Kd \ll 1$ のとき $\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ の場合分散式(1)は次のようになる。

$$\omega \simeq \omega_p \left(1 - \frac{1}{4} Kd\right) \tag{2}$$

Ferrell はこのような姿態が光を放出すること，および電子線との結合に

ついて述べた。(2)式によれば光放出の方向によってその波長が変り，光学的な測定によっても十分に検知しうる程度のものである。一方，薄膜に対する純光学的な測定においてその基本となるものは通常の反射屈折の理論であり，分極姿態に関しては横波に対するものである。薄膜の光学的性質を与える公式は，斜入射のP偏光に対して損失関数 $I_m\, {}^1\!/_\epsilon$ に比例する部分を含むけれども，それは(2)式のような入射角依存性を示さない。したがって純光学的な測定は量的には類似していても，基本的には横波姿態に関するものであって縦波姿態のものではないと云える。それでは金属表面において光が反射屈折するとき，縦波姿態が全然関与しないかというと，以下に述べるようにそうではない。問題を簡単にするために半無限領域に自由電子気体があり，座標軸は境界面を O − xy 平面，z 軸を自由電子気体の方に向かって正にとる。入射面を O − xz 面にとる。(第1図)　電子気体は圧縮性流体として取扱う。境界面近傍は重要な意味を持つが，これは境界条件として考慮することとして運動方程式の中には含めない。電子気体の線形近似における運動方程式は次のようになる。



第 1 図

$$m\frac{\partial^2(\rho_0\vec{R})}{\partial t^2} = -e\rho_0\vec{E} - \nabla P$$

$$\rho + \mathrm{div}(\rho_0\vec{R}) = \rho_0 \qquad (3)$$

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = 4\pi e(\rho_0 - \rho)$$

ここに $\vec{R}$ は電子気体の変位，ρ_0 は揺ぎのないときの密度，P は内部圧力 $(-e)$ は電荷である。熱力学的公式により $\nabla P = mS^2\nabla\rho = m\rho^2\nabla(\rho - \rho_0)$ と変形される。ここにSは電子気体の音速である。(3)式は領域 $z > 0$ のみで成立つ。運動方程式において縦波姿態の部分と横波姿態の部分とは異った形を持ち，それが反射率の公式に補正を加える結果となる。電磁場の部分は全電荷の方式で記述する。Maxwell 方程式は

$$\mathrm{curl}\ \vec{E} + \frac{1}{C}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \qquad \mathrm{div}\ \vec{H} = 0$$

$$\mathrm{curl}\ \vec{H} - \frac{1}{C}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{C} J_c \qquad \mathrm{div}\ \vec{E} = 4\pi e(\rho_0 - \rho) \tag{4}$$

(4) 式に (3) 式を代入して，P 偏光に対する電磁場を求めると次のようになる。$z > 0$ において

$$\begin{cases} E_x = \dfrac{C\sigma}{\omega\varepsilon} H e^{i\sigma z} + \dfrac{(4\pi e)S^2}{\omega^2\varepsilon}\dfrac{\partial(\rho-\rho_0)}{\partial x} \\ E_z = -\dfrac{CK}{\omega\varepsilon} H e^{i\sigma z} + \dfrac{(4\pi e)S^2}{\omega^2\varepsilon}\dfrac{\partial(\rho-\rho_0)}{\partial z} \\ H_y = He^{i\sigma z} \end{cases} \tag{5}$$

$z < 0$ において

$$E_x = \frac{C\sigma_0}{\omega}(H_i e^{i\sigma_0 z} - H_r e^{i\sigma_0 z})$$

$$E_z = \frac{-CK}{\omega}(H_i e^{i\sigma_0 z} + H_r e^{i\sigma_0 z}) \tag{6}$$

$$H_y = H_i e^{i\sigma_0 z} + H_r e^{i\sigma_0 z}$$

ここに電磁場は $\vec{E} \sim e^{i\sigma z} e^{iKx - i\omega t}$ の形であらわされる平面波とし，$\sigma^2 + K^2 = \dfrac{\omega^2}{C^2}\varepsilon = \dfrac{\omega^2}{C^2}\left(1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$ の関係がある。従来と異なる所は電子気体の圧縮性を考慮したために (5) 式右辺第 2 項が加わることである。この部分の運動方程式は (3) 式において密度揺ぎの部分を取出すことによって得られる。

$$\triangle(\rho - \rho_0) + \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{S^2}(\rho - \rho_0) = 0 \tag{7}$$

密度揺ぎ $(\rho - \rho_0)$ を e^{iqr} の形の平面波であると仮定すれば通常のプラズマ振動の分散式となる。

$$\omega^2 = \omega_p^{\,2} + S^2 q^2 \tag{8}$$

ここでは揺ぎ（$\rho - \rho_0$）は自由振動ではなく，入射光電場によって励起される強制振動である。電磁場は光速で伝播し，電子気体の音速はほぼフェルミ速度 V_F であるので，入射光によって励起される密度揺ぎは境界面に沿う表面波となる。

$$\rho - \rho_0 = A e^{-kz} \cdot e^{iKx - i\omega t} \tag{9}$$

この場合の分散公式は，

$$\omega^2 = \omega_p^{\,z} + S^2 (K^2 - k^2) \tag{10}$$

（9）式および（3）式より（5）式に含まれる縦波姿態の部分を次のように求めることができる。

$$\left\{\begin{aligned} E_{ex} &= - iK (4\pi e) \left\{ \frac{A}{k^2 - K^2} e^{-kz} + \frac{\omega^2}{\omega_p^{\,2}} B e^{-Kz} \right\} \\ E_{ez} &= (4\pi e) \left\{ \frac{Ak}{k^2 - K^2} e^{-kz} + \frac{\omega^2}{\omega_p^{\,2}} B e^{-Kz} \right\} \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} D_{ex} &= - iK (4\pi e) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^{\,2}} \right) B e^{-Kz} \\ D_{ez} &= K (4\pi e) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^{\,2}} \right) B e^{-Kz} \end{aligned}\right. \tag{11}$$

ここにBは境界条件から決定される定数である。（11）において $\vec{D}$ が $\vec{E}$ に単純に比例しないのは空間分散の寄与のためである。$\varepsilon(\omega, o) = 1 - \frac{\omega_1^{\,2}}{\omega^2}$ の代りに

$$\varepsilon(\omega, q) = 1 - \frac{\omega_p^{\,2}}{\omega^2 - S^2 q^2} \tag{12}$$

の関係を利用すると（11）式における $\vec{E}$．$\vec{D}$ の間の変換がほぼ可能である。しかし，（12）式は空間的に一様な媒質に対して求められたものであって，今ここで取扱っているように一様でない場合には（12）式にその意味の修正をしなければならない。正しい（12）式の表式を用いれば A．B の関係

が決定される。

縦波姿態と横波姿態の結合は境界面 $z=0$ を通じておこる。$z=0$ 近傍において curl．および div の定義を適用すれば各姿態の境界条件は次のようになる。

$$\begin{cases} E_{ex}(+0)-E_{ex}(-0)=0 \\ E_{ez}(+0)-E_{ez}(-0)=4\pi Q \end{cases} \quad \begin{cases} E_{tx}(+0)-E_{tx}(-0)=0 \\ E_{tz}(+0)-E_{tz}(-0)=0 \\ H_{y}(+0)-H_{y}(-0)=0 \end{cases} \tag{13}$$

ここにQは縦波姿態および横波姿態からおこる全分極電荷である。この関係から反射率を求める境界条件式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} &\frac{C\sigma_0}{\omega}(H_i-H_r)=\frac{C\sigma}{\omega\varepsilon}H-iK\frac{(4\pi e)A}{k^2-K^2} \\ &H_i+H_r=H \\ &\frac{(4\pi e)AK}{k^2-K^2}+\frac{2\omega^2}{\omega_p{}^2}(4\pi e)KB=(\varepsilon-1)\frac{CK}{\omega\varepsilon}H \end{aligned} \tag{14}$$

上式を解くためには係数 A，B の関係を規定する付加的な境界条件式が必要である。たとえば電子気体は背景面 $z=0$ において固定されているとすると（固定端の条件）反射率は次式のようになる。

$$r_p=\frac{H_r}{H_c}=\frac{\dfrac{e\sigma_0}{\omega}-\dfrac{C\sigma}{\omega\varepsilon}-i\dfrac{K}{k}(\varepsilon-1)\dfrac{CK}{\omega\varepsilon}}{\dfrac{C\sigma_0}{\omega}+\dfrac{C\sigma}{\omega\varepsilon}+i\dfrac{K}{k}(\varepsilon-1)\dfrac{CK}{\omega\varepsilon}} \tag{15}$$

上式の分母分子の第３項は普通のフレネル係数に加わる補正項である。別の例は（11）式に（12）式を代入することである。この場合（11）式は $z>0$ に対して成立すべきであるのに場が $z<0$ の領域にはみ出してしまう。これは前述のように（12）式がこの問題においては正確に成立たないためである。$z<0$ 領域にはみ出した部分を人為的に消去する操作を施すと，（15）式に

おける補正項は次式で置き換えられる。

$$(\text{補正項}) \cong i\frac{K}{k}(\varepsilon-1)^2\frac{CK}{\omega\varepsilon} \qquad (16)$$

このようにP偏光に対する反射率の公式に加えられる補正項は電子気体の境界条件によって異ってくる。

以上のように電子気体の境界面における光の反射についてプラズマ励起の効果すなわち密度揺ぎの効果を考慮するとP偏光に対しては反射率の補正が必要である。しかし，（15），（16）式に関する限り，補正項の大きさは $K/k \simeq C/S$ の程度であってあまり大きくない。そしてこの効果の実験的確証を得るためには相当精密な測定が必要である。強度反射率のみでなく，偏光解析などの手段によって，反射の際の位相変化をみることが有効である。

金属結晶の光学的性質

森　田　　章（東北大理）

私に割当てられた題目は「金属結晶の光学的性質」であるが，ここでは話を金属の軟X線発揮スペクトルに限る。SORに関係ある話題としては他に軟X線の吸収スペクトルや極紫外部に関係した問題があるが割愛する。

軟X線発揮はX線やβ線とうの照射で内殻準位に生じた正孔に伝導帯の電子が落ち込むさいに軟X線を放出する現象である。この現象は伝導電子相互や，伝導電子と内殻の正孔との間のクーロン相互作用の存在によって複雑化される。発揮スペクトルの強度は正しくは内殻の正孔の self−energy のうちの電磁場との相互作用について2次の部分を計算し，その虚数部分（正孔の寿命）を求める方法で与えられる。以下で，電子間のクーロン相互作用が金属の軟X線発揮スペクトルにどのように反映しているかを述べることにする。具体的な計算はすべて省き便宜的な図による説明でおきかえ，結果だけを述べさせてもらうことにする。